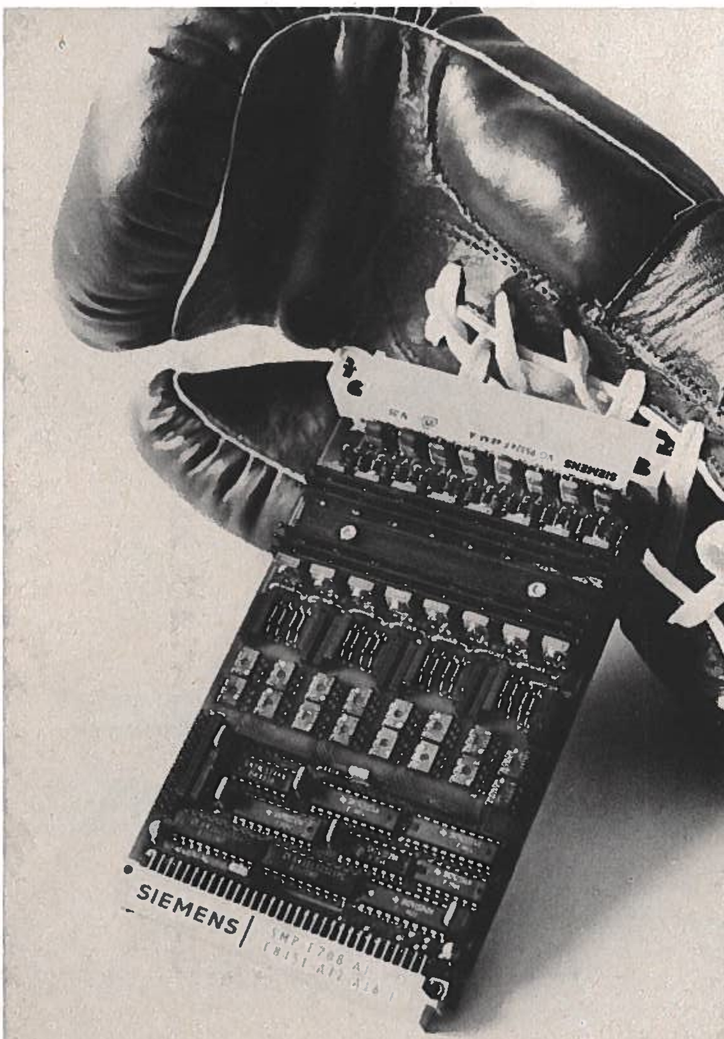
# STUDIEBLAD PTT

TECHNISCH BLAD VOOR
PTT PERSONEEL

Nr. 5, 38e jaargang mei 1983

**In dit nummer:**






**SMP-systeem**
Deze nieuwe insteekkaart (SMP-E208) voor het modulaire microcomputersysteem van Siemens beschikt over acht kanalen voor parallelle gegevensuitvoer. Een transistorversterkereindtrap op de kaart stelt per uitgang continu 1, 2 A ter beschikking. Krachtige „verbruikers'' als magneetventielen of stroombeveiligingen kunnen daarmee direct worden gestuurd.

# STUDIEBLAD PTT

technisch blad
voor PTT personeel

| | |
|---|---|
| uitgave | AbvaKabo en CFO. |
| redactie | Hoofdred. ing. B. Kieboom. Red. ing. P. A. de Boer, P. J. Boomgaard. |
| redactiesecr. | J. P. v. d. Broek. Redactiesecretariaat H. A. Dekkinga, Distelweide 29, 2272 VP Voorburg, telefoon 070 - 75 64 20 na 18.00 uur 070 - 27 63 61. |
| administratie | AbvaKabo, Bredewater 16, 2715 CA Zoetermeer, giro 4073, telefoon 079 - 51 12 11, voor verzending, administratie e.d. |
| abonnement | ƒ 18,– per jaar. Voor niet-PTT-ers ƒ 30,– per jaar. Verschijnt maandelijks. |
| advertenties | Uitgeverij en Drukkerij Smits B.V., Westeinde 135, 2512 GW Den Haag, telefoon 070 - 89 53 90. |

# De Tovertuin der Wiskunde

De titel van het hier volgend artikel zou eigenlijk moeten zijn: „Berekeningen met behulp van complexe getallen".
De redactie van het Studieblad-PTT heeft, na aanvankelijke aarzelingen, gemeend de lezers te mogen interesseren voor dit nogal „zware" wiskundige onderwerp.
Vermeden zal worden een rij droge formules af te drukken; integendeel, er wordt begonnen met een uitleg, overgenomen (met instemming van de uitgever) uit het boek „De Tovertuin der Wiskunde", waarin op een speelse en toch indringende wijze en de aandacht boeiend, de betekenis van complexe getallen wordt verklaard.*)
Tevens, en met grote nadruk, zullen de voordelen ervan bij berekeningen op het gebied van de wisselstroomtechniek worden verklaard; dit met gebruikmaking van geheel uitgewerkte voorbeelden en berekeningen.

REDACTIE

**Het geheim van de thermometer**

Niets moet zo goed worden overlegd en overwogen als de vraag, langs welke weg, door welke poort, wij in het voor ons liggende stralende en toch zo gevreesde terrein van de edelste aller wetenschappen zullen binnendringen.
Ik denk, dat wij getroost reeds iets als bekend en als natuurlijk kunnen aannemen: namelijk die kennis der wiskunde, welke de mens van zijn eerste schooldag af het hele verdere leven begeleidt, een kennis, zonder welke zelfs de eenvoudigste cultuur en menselijke samenwerking onbestaanbaar is. Het is de kennis der getallen, laten we liever dadelijk zeggen: van de *gehele getallen.*
Dit wijst ons de weg naar de poort!
Natuurlijk willen en mogen wij ze niet in bonte afwisseling voor ons laten verschijnen. Orde is gemakkelijk te vinden. Wij zouden dadelijk een maatlat tot voorbeeld kunnen nemen, waarop de getallen – evenwel in beperkt aantal – in volgorde van hun waarden van nul af, staan.
Maar wij zullen nauwkeuriger zijn, daar wij in plaats van de maatlat een *thermometer* nemen. Waarom? Dat zullen we dadelijk zien!
Zulk een thermometerschaal onderscheidt zich van een maatlat, waarmede zij verwant is, toch enigszins, namelijk door het bekende *nulpunt.*
De maatlat heeft ook wel een nulpunt, waarvan men uitgaat bij het meten, maar van dat nulpunt gaan we steeds naar één richting, namelijk naar 10, 20, 30 enz tot 100 of 150 cm, al naar de lengte van de maatlat. Bij de thermometer is het anders. Daar ligt het nulpunt in het *midden.* Naar boven toe rekenen we met „plus" graden (+), naar beneden van het nulpunt af „min" graden (–).

*) De Tovertuin der Wiskunde door Alexander Niklitscheck, in de vertaling van J. C. Alders. Uitgave W. J. Thieme, Zutphen, 1939.

Daalt het kwikzilver onder nul, dan „vriest" het, klimt het boven nul, dan is het „warm", om het heel populair en algemeen begrijpelijk te zeggen, hoewel het natuurkundig niet juist is uitgedrukt.
Juist die indeling, het groeien der getallen naar twee tegenovergestelde richtingen, is hetgeen we nodig hebben. Want in de wiskunde, bestaan, zoals de meesten wel weten, *positieve* en *negatieve* getallen, die zich precies tot elkaar verhouden als de koude- en warmtegraden van de thermometer. Hierover zullen we nader spreken.
Het eerste principiële verschil met het gewone spraakgebruik, dat we ons moeten inprenten, is dat het + of − teken, dat anders in de rekenkunde betekent „optellen" of „aftrekken", hier met het getal zelf is samengegroeid. Er bestaat in de wiskunde evengoed − 9 (spreek uit: min 9), die van + 9 (spreek uit: plus 9) evenveel verschilt als 9° boven nul en 9° onder nul bij de thermometer.
Zowel ook op een andere, in het gewone leven, als in het wiskundige spraakgebruik voorkomende oppervlakkigheid zullen we hier dadelijk de aandacht vestigen. Alleen 9 betekent + 9, evenals het vanzelf spreekt, dat wij onder 12° nu + 12 °, dus 12 warmtegraden verstaan. Nu keren wij weer terug naar de thermometerschaal en zullen iets zeggen over de eigenschappen van de positieve en negatieve getallen op die schaal, die strikt abstract en op zich zelf gedacht in wiskunde de getallenreeksen vormen. Beschouwen we eens de waarde van 10 warmtegraden. Zal nu de temperatuur 9 graden stijgen, dan hebben wij 19 graden warmte.
Daalt de temperatuur, laten we zeggen 18°, dan krijgen we dus 8 graden koude. En precies als bij de warmtegraden gaat de aftrekking en optelling van positieve en negatieve getallen. 10 − 23 = − 13, daarentegen is − 20 + 40 = + 20 enz. Vervangen wij het „positieve" door geld, dat wij *bezitten* of dat we te *vorderen* hebben, en het „negatieve" door te verrichten *betalingen* of *schulden,* dan krijgen we een tastbaar, voor ieder begrijpelijk beeld van het omhoog gaan en naar beneden gaan in het positieve en het negatieve. Wie 100 gulden heeft en er 99 van uitgeeft, houdt tenslotte 1 gulden in de zak over, terwijl degene die met 10 gulden uitging en 25 gulden verteringen maakte, nu voor 15 gulden in het krijt staat.
Allemaal gemakkelijk, niet waar? En menig lezer zal reeds vinden, dat die weg te gewoon en te vlak, te weinig belangwekkend is om zo in de geheimen van de wiskunde te dringen. Maar pas op! Reeds nu moet men oppassen, want we zullen dadelijk een bijna huiveringwekkend groots gezicht in de diepste afgronden van de wiskundige voorstelling kunnen werpen! Dat komt dadelijk aan de orde!
Eerst moeten we eens weten, hoe het vermenigvuldigen en het delen van

positieve en negatieve getallen plaats heeft. Dat is al niet zo gemakkelijk meer. Het is duidelijk en 't vereist geen bewijs, dat b.v. 25 : 5 = 5 of in woorden: plus 25 gedeeld door plus 5 is gelijk aan plus 5. Maar de onschuldige vraag, hoeveel 10 × − 4, is, is voor de niet-wiskundige een harde noot. Maar met de vroeger genoemde vergelijking met bezit en schuld kunnen we die klip omzeilen. Negatieve getallen (min getallen) zijn schulden of uitgaven. En als ik 10 × 4 gulden schuld maak, ben ik in totaal 40 gulden schuldig. Tot dezelfde uitkomst komen wij door het bestuderen van de thermometerschaal. Elke *stijging* van de temperatuur is hier blijkbaar „positief", iedere *daling* „negatief". En als de thermometer 10 × achter elkaar telkens 4° daalt, dan is het 40° *kouder* geworden!

Hiermede hebben we een hier geldende wet gevonden. Die wet luidt: Elk *positief* getal vermenigvuldigd met een *negatief* getal, geeft een *negatief* produkt! En daar de deling het omgekeerde van de vermenigvuldiging is, geldt ook daar de wet: elk negatief getal, gedeeld door een positief, geeft een *negatief* quotiënt. Als ik totaal 100 gulden schuld heb en ik deel dit in 20 afzonderlijke posten, dan heb ik 20 keer telkens 5 gulden schuld. maar nooit baar, nooit „positief" geld! Een feit, dat vanzelf spreekt.

Maar nu komt de volgende moeilijke vraag, die al niet meer zo gemakkelijk te beantwoorden is. Namelijk de vraag: wat krijgt men, als men negatieve getallen met elkaar vermenigvuldigt? 2 × 2 = 4, en 2 × − 2 = − 4, zoals we zojuist zagen; maar wat krijgt men, als men − 2 met − 2 vermenigvuldigt?

De voornaamste moeilijkheid bij die vraag is nu, de wiskundige uitdrukking in de „burgerlijke omgangstaal" te veranderen. Wij helpen ons daarmee met een kleine kneep en wel zo: spreken wij over *positieve* getallen, dan zeggen wij, dat iets zo en zoveel keer plaats heeft gehad. Bij *negatieve* getallen verbinden wij aan het minteken het woord „niet". Dus „5 keer" betekent: „het is 5 keer niet gebeurd, heeft 5 × niet plaats gehad" enz. Met behulp van dit „ezelsbruggetje" zijn wij nu gemakkelijk in staat, die hinderpaal uit de weg te ruimen en te begrijpen, wat een negatief getal, vermenigvuldigd met een ander negatief getal, voor uikomst geeft.

Een „financieel" voorbeeld verheldert het inzicht. Onze vriend Cuno is een zekere man, die alle uitgaven en inkomsten nauwkeurig opschrijft. Op een keer is zijn salaris reeds op de 20ste van de maand haast op. Cuno overweegt nu: zal ik nu geld lenen en schulden maken of met de droeve rest, die ik nog bezit, trachten tot de 1ste van de volgende maand rond te komen? Eens is hij reeds op weg, van een vriend 10 gulden te lenen. Maar dan bedenkt hij zich weer. Ook, als hij zijn rijke neef tegenkomt, ligt hem ook het verzoek hem 10 gulden te lenen, op de tong. Eindelijk komt de eerste van de maand. Cuno straalt van vreugde, want hij heeft overwonnen, overwonnen door zijn spaar-

zaamheid. Hij behoeft niemand geld te geven. Want hij heeft twee maal 10 gulden schuld *niet* gemaakt en daarmee 20 harde guldens geld *gespaard,* die nu zijn eigendom blijven.
Waaruit het, voor velen op het eerste gezicht tegenstrijdige, feit blijkt: *twee negatieve getallen,* die met elkaar worden vermenigvuldigd, *geven een positief produkt:*
$-2 \times -2 = +4.$
Hetzelfde geldt ook voor de thermometer. Laten we zeggen, dat de temperatuur 3 keer telkens 4° is *gedaald,* dan is het $3 \times -4 = -12°$, d.w.z. de kwikzuil staat nu 12° *lager* dan voorheen. Wij hebben nu met één negatieve grootheid te maken: getallen, welke moeten worden afgetrokken. Zou de thermometer zo zijn veranderd, dat zij 4 × achter elkaar *niet* telkens 4° zou zijn gedaald, dan volgt daaruit, dat de temperatuur is *gestegen* en onze rekening dus positieve getallen moet opleveren, die moeten worden opgeteld.
Wie dat ongelooflijk schijnt, geven wij een klein voorbeeld uit de *grammatica.* Zeer veel talen (maar niet alle) gedragen zich als het ware als een wiskundige wet. De streng logisch opgebouwde Latijnse taal vat twee ontkenningen als een bevestiging op en wel als een *versterkte* bevestiging, twee negatieve uitspraken geven een versterkte positieve: Men herinnere zich het bekende honende opschrift op een graf:

Sit tibi terra levis mollisque tegaris harena,
Ne tua non possint eruere ossa canes!

Dat betekent, woordelijk vertaald, „Dat de aarde U licht zij en dat de U dekkende zandlaag zacht moge wezen, opdat *niet* de honden Uwe beenderen *niet* kunnen uitgraven!" Dus de tweede regel betekent: „Opdat alle honden Uwe beenderen bereiken!" waardoor de vrome wens voor het hiernamaals een bitter honende betekenis krijgt. Want de Romeinen, die zich logisch uitdrukten, trokken de dubbele ontkenning, die hier in de woorden „ne" (niet) en „non" (niet) zit, samen tot een versterkte bevestiging volgens hun beginsel „Duplex negatio est affirmatio" (een dubbele ontkenning is een bevestiging). Zo doen wij ook hier. Wij duiden met „niet slecht" iets aan, dat beter is dan goed, een „niet geringe" snelheid betekent een grote snelheid.
Zo geldt ook in de grammatica de regel, dat twee ontkenningen, twee negatieve uitspraken, samen een bevestiging vormen – een mooie parallel voor onze wiskundige kennis!
In de eerste plaats moeten we weer vasthouden, dat ook de deling van twee negatieve getallen op dezelfde manier plaats heeft als de vermenigvuldiging: de uitkomst is altijd positief. Waarom? Dat is hier merkwaardigerwijs verrassend gemakkelijk te begrijpen.

Immers, een negatief getal maal een positief getal geeft een negatief antwoord en bij het vereenvoudigen van breuken gebeurt er niets, als ik de mintekens van beide getallen (deeltal en deler) weglaat. Dus het is duidelijk, dat $-4 : -4 = 1$ evenals $+4 : +4 = 1$. Deze laatste deling herinnert er ons overigens aan, op het volgende de aandacht te vestigen.
Zoals men ziet, staan bij de schrijfwijze $+4 : +4 = +1$ bij de tweede 4 het plus- en deelteken achter elkaar, wat tot misverstand aanleiding kan geven. Het is daarom gebruikelijk, alle getallen met hun tekens tussen haakjes te zetten, dus te schrijven $(+4) : (+4) = +1$.
Zo! – Om nu nog eens alles te herhalen en samen te vatten, proberen wij nu een paar belangrijke berekeningen uit de bekende tafels van vermenigvuldiging in onze uitgebreide kennis te schrijven.
We krijgen dan:

$$1 \times 1 = 1.$$
$$1 \times (-1) = -1.$$
$$(-1) \times (-1) = 1.$$
$$2 \times 2 = 4.$$
$$2 \times (-2) = -4.$$
$$(-2)(-2) = 4. \text{ enz.}$$

waarbij wij er ook aan moeten denken, dat de regels, die voor de vermenigvuldiging gelden, ook voor de deling met „plus" en „min" getallen gelden.
Dan nog iets: Zoals men ziet, kan het gebruikelijke $\times$-teken (het maalteken), dat het vermenigvuldigen uitdrukt, gemakkelijk met de letter $x$ worden verwisseld. Daarom laten we dat weg en we zetten er voortaan de, in de wiskunde voor „maal"-teken gebruikelijke, punt voor in de plaats. Dus niet: $3 \times 3 = 9$, maar praktischer en eenvoudiger: $3 . 3 = 9$.
Tot dusver is alles van een leien dakje gegaan. Maar een paar stappen scheiden ons nog van de geheimzinnige deur, die de toegang tot een ware afgrond afsluit. Nog enige ogenblikken geduld! Aan ieder zal 't al tijdens de eerste lagere schooljaren bij het hoofdrekenen met de tafels van vermenigvuldiging zijn opgevallen, dat elk getal met zichzelf kan worden vermenigvuldigd, dus $3 . 3 = 9$; $6 . 6 = 36$, enz. Dat zijn ook inderdaad merkwaardige vermenigvuldigingen. Inderdaad omcirkelen vele geheimen en diepere kennis deze merkwaardige produkten. We zullen er nu reeds iets van leren kennen.
Schrijven wij nog eens: $4 . 4 = 16$, dan heet 16 het „quadraat" of de tweede macht van 4 en 4 is de „wortel" uit 16. „Wortel uit" schrijven we zo: $\sqrt{\ }$ dus $\sqrt{16} = 4$.*)

*) Gebruikelijk is de volgende uitdrukking: Nemen wij als voorbeeld het getal 3, dan is 3 = de eerste macht, 9 = de tweede macht of het quadraat, 27 = de derde macht, 81 = de vierde macht enz. Dienovereenkomstig is de vierkantwortel uit 9 = 3, de derde machtswortel uit 27 = 3, de vierde machtswortel uit 81 = 3, enz.

Natuurlijk kan men nog verder gaan. Men kan bijv. 2 viermaal met zich zelf vermenigvuldigen. Dus 2 . 2 . 2 . 2 = 16. Men noemt 16 dan de „vierde macht" van 2 en de 2 de „vierdemachtswortel" uit 16, wiskundig geschreven $\sqrt[4]{16} = 2$.
Men kan als grap of als het bij een berekening voorkomt, natuurlijk de 27ste of 38ste macht van elk getal berekenen en de 17de, 19de, 105de machtswortel „trekken", enz. – kortom, deze rekenwijze kan men voortzetten tot in het oneindige, naar eigen smaak en willekeur!
Ook de kwestie van het „plus"- en „min"-teken behoeft het ons niet verder moeilijk te maken. Want elke „vermenigvuldiging met zich zelf", dus iedere machtsverheffing, kan men als een gewone, voortgezette vermenigvuldiging opvatten. Toch is hier iets merkwaardigs.
Bekijk eens, wat er te voorschijn komt, als men b.v. – 2 telkens met zich zelf vermenigvuldigt. Dus:
$(-2)^2 = (-2) . (-2) = +4.$
$(-2)^3 = (-2) . (-2) (-2) = -8.$
$(-2)^4 = (-2) . (-2) . (-2) . (-2) = +16.$
$(-2)^5 = (-2) . (-2) . (-2) . (-2) . (-2) = -32$, enz.
Zoals wij namelijk tot onze verrassing zien, zijn de *even* wortels altijd *positief* en de oneven wortels altijd *negatief.* – 2, drie maal met zich zelf vermenigvuldigd, geeft – 8, vier maal met zich zelf vermenigvuldigd echter + 16!
Het waarom spreekt na enig nadenken vanzelf.
Voert men namelijk de vermenigvuldigingen achter elkaar uit, dan ziet men vanzelf, waarom het zo moet zijn: er wordt namelijk afwisselend nu eens een *negatief* produkt met een *negatieve* 2 vermenigvuldigd, wat dus een *positief* produkt geeft; dan vermenigvuldigen we dit *positieve* produkt weer met een *negatieve* 2, enz.
Nog een opzienbarend feit. Zoals uit het hier besprokene blijkt, kan men op de eenvoudige vraag, welk getal, met zich zelf vermenigvuldigd, 36 tot uitkomst heeft, niet één, maar twee antwoorden geven en wel daarom, omdat er *twee* getallen bestaan, die dit kunnen: nl. + 6 en – 6. Immers: 6 . 6 = 36 en eveneens is $(-6) . (-6) = 36$.
En nu hebben wij de klink van de deur, die naar de afgrond leidt, in de hand. Wij openen de deur, daar wij de volgens het dusver behandelde logische en gerechtvaardigde vraag stellen:
*Welk getal geeft, met zich zelf vermenigvuldigd, als uitkomst bijv. – 4?*
Na even nadenken blijkt, dat we voor een niet vermoede moeilijkheid staan! Wat duivel, wat kan dat voor een getal zijn? Wij grijpen naar ons ezelsbruggetje, de thermometer. Vergeefs. Wij kunnen deze brave hulp draaien en wenden hoe we willen – hij faalt altijd! Wij proberen het met de zo voor de hand liggende schulden- en geldrekenwijze. Maar dadelijk verwarren zich

onze rondtastende gedachten in een waanzin, waarbij ons de haren te bergen rijzen: „Hoe dikwijls moet ik niet of wel schulden maken om tenslotte 4 gulden schuld te hebben, waarbij ik zo dikwijls moet gaan lenen als telkens het geleende bedrag aangeeft?"
Wij zitten zo jammerlijk en ellendig in een onschuldig uitziende gedachtenklem.
Dat is nu de afgrond achter de deur! En dan moeten we bekennen: een getal, dat met zichzelf vermenigvuldigd, – 4 als uitkomst geeft, bestaat eenvoudig niet! Nog eens komt onze trots boven, om die nederlaag te ontgaan en wij proberen het met een ander getal. Wat is de wortel uit – 36?
Maar ook dat gaat niet? Daarentegen vinden wij als tot hoon, dat er een derde machtswortel uit – 27 bestaat, nl. – 3, want $(-3) . (-3) . (-3) = -27$. En het helpt ons niets – wij zijn en blijven vastzitten; op die schijnbaar doodeenvoudige vraag kunnen wij geen antwoord geven en wij zijn niet in staat, een getal te vinden, dat hier past.
Maar iets kan ons troosten. Want wij zijn in een afgrond gevallen, waarin de hele wiskunde tientallen jaren, als het geen eeuwen waren, gevangen zat zonder er te kunnen uitkomen. Aan de andere kant moeten wij bekennen, dat wij hier vóór een muur staan, waartegen ons hele voorstellingsvermogen te pletter loopt en dat wij hier een probleem hebben, dat de wiskunde slechts „figuurlijk" heeft opgelost.
De hele zaak is veel eenvoudiger en toch veel ingewikkelder dan zij op het eerste gezicht lijkt. Laten wij eerst over vereenvoudiging spreken. Daar wij eerst een buitengewoon belangrijke wiskundige „gewoonte" zullen leren kennen, zullen we nu een concreet beeld tonen. In de gewone omgangstaal is het *niet hetzelfde,* hoe ik een bepaald feit in woorden uitdruk. „C'est le ton, qui fait la musique," het komt aan op de wijze, waarop iets wordt gezegd. Ga ik b.v. naar mijn chef, wiens geestelijke vermogens ik wil loven en zeg „Mijnheer, ik feliciteer U met Uw inzicht", dan is het heel wat anders, dan als ik zeg „Mijnheer, U is voor den duivel geen stomme ezel!" Hoewel beide zinnen logisch bijna hetzelfde zeggen, zal ik met de eerste zin hem vermoedelijk een genoegen doen, na de tweede zin zal ik waarschijnlijk met grote snelheid uit de kamer worden getrapt.
In de koele, streng zakelijke wiskunde geldt dergelijke haarkloverij niet! Hier is eenvoudig alles geoorloofd, voor zover aan een bepaalde wiskundige uitdrukking niets wordt veranderd en ik aan een verdraaiing of andere schrijfwijze enig voordeel heb. Alleen de waarheid moet blijven! Al het andere, al het „hoe", is geoorloofd. Als het mij past, kan ik rustig schrijven voor het ronde getal 100 b.v. $^{10000}/_{100}$ of $25 . 4$ of $\sqrt[3]{1000000}$ of $69 + 31$ of $99 + \frac{728}{728}$ of

$\frac{2244800}{22448}$, enz. Deze keuze van verschillende schrijfwijzen en uitdrukkingen, het opschrijven van een getal of betrekking in de één of andere passende vorm is één van de voornaamste knepen, één der aanzienlijkste voordelen en spitsvondigheden van de wiskunde en zij zou nooit of te nimmer de tegenwoordige hoogte in ontwikkeling hebben bereikt, als geen knappe koppen op duizenden dergelijke vereenvoudigende handgrepen en knepen waren gekomen; want minstens 50% van alle hogere wiskunde berust op het toepassen van dergelijke kunstgrepen, die de kern van het vraagstuk niet veranderen, maar het een vorm geven, dat deze of gene gedachtengang de harde noot tussen haar bekken kan pakken en kan kraken.
En zo'n kunstgreep passen wij hier toe. Daar ligt de noot, die gekraakt moet worden, $\sqrt{-4}$, hard als staal voor ons.
Nu veroorloven wij ons, het getal onder het wortelteken te ontbinden, daar wij aannemen dat: $-4 = 4 \,.\, (-1)$, wat niet geheel juist is. Dat brengen wij onder het wortelteken! Wij krijgen: $\sqrt{4 \,.\, (-1)}$.
Mogen wij dat doen? Zeker! Daarom een voorbeeld: Voor $\sqrt{36}$ mogen wij ook schrijven: $\sqrt{4 \,.\, 9}$ of $\sqrt{4} \,.\, \sqrt{9}$. Trekken wij de wortels, dan krijgen we $2 \,.\, 3 = 6$, wat geheel juist is.
Dus moet ook de ontbinding van $\sqrt{-4}$ in $\sqrt{4 \,.\, (-1)}$ goed zijn. Nu gaan we een stapje verder, daar we namelijk de wortel uit 4 kunnen trekken. De vervloekte $-1$, die wij er niet bij krijgen, laten wij staan zoals hij is, natuurlijk onder het wortelteken, daar het worteltrekken niet heeft plaats gehad. Dus krijgen we: $\sqrt{-4} = 2 \,.\, \sqrt{-1}$.
Als wij dit nader bekijken, blijkt tenslotte dat al dergelijke raadselachtige getallen, waaruit men geen wortel kan trekken, gemakkelijk zo zijn te veranderen, dat men het produkt van een „mogelijk" en een „onmogelijk" getal (nl. de $\sqrt{-1}$) krijgt.
Nu is het vraagstuk in zoverre vereenvoudigd, dat wij elk willekeurig getal, zoals $-16$, $-64$, $-25$, enz. ondanks hun schrikwekkend uiterlijk, ontleden en tot het geheimzinnige, merkwaardige getal $-1$ kunnen terugbrengen. Hier dus, bij het geheimzinnig $-1$ „min één" en de wortel hieruit, zijn wij in de werkelijkheid aangekomen! Daar wringt de schoen!
De lezer zal nu graag willen weten, wat er voor betekenis achter die spookachtige wortel uit $-1$ schuilt of, wat er uitkomt en wat de scherpzinnigheid der wiskundigen uit die merkwaardige grootheid heeft weten te halen. Dat is nu niet zo gemakkelijk te zeggen, als men het niet te moeilijk wil maken, maar iets kunnen we er nog wel over vertellen.

Men heeft in de eerste plaats het getal $\sqrt{-1}$ de naam *i* gegeven. Dus: *in plaats*

*van $\sqrt{-1}$ zeggen wij als alle wiskundigen voortaan i.**)
En nu wat over het getal zelf. Het is voor ons voorstelligsvermogen *ondenkbaar,* zodat we iets moeten verzinnen, om dat duidelijk te maken. Waarop de lezer dan natuurlijk de vraag op de tong ligt: ja, bestaat de *i* dan werkelijk of bestaat $\sqrt{-1}$ helemaal niet?
Eigenlijk een gerechtvaardigde vraag, die echter, vooral in die vorm, niet grondig en in de eerste plaats niet goed kan worden beantwoord. Want alle wiskunde is zuivere gedachtenkunst, door en door „abstract", zelfs onwerkelijk, als men wil. Dit kan men het duidelijkst bewijzen met het feit, dat men alleen een stukje papier en potloodstompje nodig heeft om de geweldige vraagstukken dezer wetenschap op te schrijven en te beantwoorden, terwijl b.v. de natuur-, sterre-, scheikunde, enz. min of meer geweldige instrumenten als hulpmiddelen niet kunnen ontberen. Hoe dikwijls b.v. spreken wij in het dagelijks leven niet van een rechte hoek, van een rechte lijn, wat tenslotte maar gedachten en geen werkelijk tastbare grootheden zijn!
Echter: één verschil tussen al die voorstellingen en *i* bestaat er toch! Als er ook nooit een werkelijk wiskundig exacte rechte hoek zou hebben bestaan, dan kunnen wij ons toch zonder moeite zo'n hoek voorstellen. Maar het getal *i* spot met iedere menselijke voorstelling, het lacht in zekere zin het onvermogen van de hersenen uit, die het deden geboren worden. En daar wij een zeer belangwekkende familieverwantschap kennen, die tussen *i* en hiermee overeenkomstige getallen bestaat, is het juister te zeggen, dat *i* inderdaad even goed als elke andere wiskundige grootheid „bestaat". De noodzakelijkheid van zijn aanwezigheid, ondanks de onmogelijkheid het getal *i* met ons voorstellingsvermogen te begrijpen, bewijst niets anders, dan, dat wij bij streng logisch doordenken van eenvoudige wiskundige betrekkingen, zoals het $1 \times 1$ ook is, zeer spoedig tot voorstellingen komen, die weliswaar door onze hersenen nooit of te nimmer zullen worden begrepen, die buiten ons begrip vallen, maar tenslotte toch „aanwezig" moeten zijn.
Niets bewijst de onmogelijkheid, het „niet aanwezig kunnen zijn" van *i.* Echter wordt wel het omgekeerde duidelijk, nl. dat voor ons denkvermogen nauwe grenzen bestaan en het helemaal niet zo moeilijk is, tot aan die grenzen op te rukken, waar wij dan met een huivering bemerken, dat we aan het einde van onze wijsheid zijn. En dat is nu juist de „afgrond", waarin we zijn gevallen!
Aan het genie van C. F. Gauss (1777-1855) danken wij een methode, om ons van allé „imaginaire" en complexe getallen, zoals men *i* en daarmee verwante getallen noemt, ook een beeld te kunnen vormen. Imaginair betekent niets anders dan „denkbeeldig", waaronder men zulke getallen verstaat, wier *beeld* wij ons kunnen voorstellen, terwijl de getallen zelf onbegrijpelijk blijven.

*) Het teken *i* is door Euler (1703–1783) ingevoerd.

Wij zullen ons niet in de grondslagen van dit bewijs verdiepen, maar het bij een „beeld van het beeld" laten. Zo ongeveer: bij onze voorstelling van de lijn der getallen lopen onze gedachten als een, aan rails gebonden, spoorwagen voort langs een oneindig dunne rechte lijn, dus zoals de as van de thermometer. Getal na getal is achter elkaar voorbijgekomen, maar alles strikt „dimensionaal", d.w.z. het gaat naar boven en naar beneden, geen streep links of rechts. Volgens Gauss denkt men zich nu de imaginaire getallen *buiten* de rechte lijn van getallen liggend. Dus: in ons thermometervoorbeeld zou, zoals reeds gezegd, de as van de kwikbuis de werkelijke rechte lijn van getallen zijn. Dan liggen de punten op de schaalverdeling reeds in het „imaginaire", dat dus de omliggende wereld van de gewone getallen is. De leraar, die met de studie van dit artikel tot zover is gevorderd, heeft daartoe hoogstens een kwartier nodig gehad. Maar hoe grondig is onze hele voorstelling veranderd, hoe spookachtig is zelfs de eenvoudigste berekening geworden! Stellen wij nog eens de vraag aan de orde, wat de uitkomst of uitkomsten van het schijnbaar eenvoudigste rekensommetje is, n.l. $1 \times 1 = 1$ in werkelijkheid is.
Het antwoord is zeer verrassend. In de eerste plaats, omdat het niet waar is, dat er maar één getal bestaat, dat met zichzelf twee- of meermalen vermenigvuldigd, = 1 is. Het is immers juist, dat $1 . 1 = 1$ en eveneens $1 . 1 . 1 . 1 . 1 . 1 . 1 = 1$ is. Maar dat zijn eigenlijk maar bijzondere gevallen. Er bestaan in werkelijkheid oneindig veel getallen, die met elkaar vermenigvuldigt, als uitkomst 1 hebben. Het begint, zoals we al weten, al met het feit, dat er *twee* getallen zijn, wier quadraat = 1 is, nl. + 1 en − 1. Mooi. Maar er bestaan reeds *drie* verschillende getallen, die drie maal met zichzelf vermenigvuldigd, = 1 zijn. Weinigen zullen dat vermoeden. Hoewel het boze, de leek afschrikkende, formules zijn, zullen we die 3 getallen verraden. Zij luiden:

$$1^3 = 1$$
$$[\tfrac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})]^3 = 1$$
$$[\tfrac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})]^3 = 1$$

Waarbij wij opmerken, dat van dit klaverblad alleen de eerste tot onze wereld behoort. De beide andere getallen zijn complexe getallen, stammen dus uit het ons reeds bekende geestenrijk.
Zo is het ook met de beantwoording van de vraag, hoeveel getallen er bestaan, die b.v. 5 keer met zich zelf vermenigvuldigd, weer 1 als uitkomst geven. Dat zijn er 5. En als ik vraag, hoeveel getallen er bestaan, die miljoen maal met zich zelf vermenigvuldigd, weer 1 als uitkomst hebben, dan luidt het verrassende antwoord: er zijn 1 millioen getallen, die dat kunnen. Daarvan behoren er twee: + 1 en − 1 tot onze wereld, 999998 zijn complex, dus niet voor te stellen.

Zoals men ziet, wordt de schijnbaar zo vervelende en eenvoudige zaak met 1 × 1 plotseling ingewikkeld en geheimzinnig.
Loopt het hoofd u al om, waarde lezer! Wees niet boos, het is nu eenmaal zo! Slechts een zeer klein deel van alle wiskundige grootheden en voorstellingen behoort tot onze wereld. Een oneindig groot aantal, met onze wetten van het denken eigenlijk niet te verenigen wonderen, ligt buiten ons, in het algemeen als enig aanwezig geldend, bereik. We zullen een beeld geven, dat de hier gevonden waarheid zal verduidelijken.
Het is met ons als met de forellen in een beek. Hun nauwe, heldere bergbeek is voor hen de hele wereld. Bergweide, veld, dorp en bos vallen ongetwijfeld buiten hun voorstellingsvermogen, zij zijn „imaginair", zij zijn bestanddelen van een wereld, die wel aanwezig is, maar die zij niet kennen en wel daarom niet, omdat de hele lichaamsbouw van de vis, de aard van hun zintuigen – om niet te spreken van hun geestelijke structuur – niet voldoende zijn om van die wereld buiten het water iets gewaar te worden.
En wij zijn tegenover de werkelijke of vermoede waarheid ook niet veel wijzer dan de forellen. Wij schrikken van imaginaire getallen, die buiten het bereik van onze alledaagse wereld liggen, waarin wij niet eens met onze gedachten kunnen binnendringen: precies zo als de vissen schrikken van een steen, die een boerenjongen in de bergbeek werpt . . .

In een volgend Studieblad zullen enkele berekeningen aan netwerken met zelfinducties, condensatoren en weerstanden worden behandeld. Hierbij kan met veel gemak gebruik worden gemaakt van de symbolische rekenwijze met complexe getallen.
Het grote voordeel van deze rekenmethode is wel, dat de wetten van Ohm en Kirchhoff enz. zonder meer kunnen worden toegepast op reactanties en impedanties, zonder dat ingewikkelde vectorenvoorstellingen nodig zijn.

(Wordt vervolgd.)

# Telefooninstallatie TR43 (2)

P. J. Boomgaard

(Vervolg van blz. 107.)

**Schakelmatrix**

Het spreekwegennet van een TR43 installatie is geheel gescheiden van het besturingsgedeelte. Het besturingsgedeelte zorgt echter niet alleen voor signalering maar ook voor het plaatsen van kruisingen of zo men wil koppelingen in het spreekwegennetwerk.

Dit spreekwegennetwerk wordt namelijk gevormd door een schakelmatrix.

Het vormen van kruispunten in de matrix vindt plaats d.m.v. halfgeleiders.

In dit geval betreft het speciaal voor dit doel ontwikkelde transistoren (FETs) welke, met de benodigde besturingslogica, in P.MOS techniek in een keramische IC zijn verwerkt.

Een dergelijke schakelaar wordt aangeduid met de Amerikaanse term *bidirectional solid state switch* of *bilateral switch*. In beide gevallen wordt geduid op de aanwezigheid van een elektronisch contact dat in twee richtingen geleidt. Er kunnen dan ook wisselstromen (hier spreekstromen) over worden getransporteerd.

Elk hier toegepast IC kan 5 matrixkruispunten vormen. De besturing van het IC geschiedt vanuit de centrale apparatuur.

Uit het bovenstaande kan worden geconcludeerd dat de spreekwegen volledig elektronisch tot stand worden gebracht.

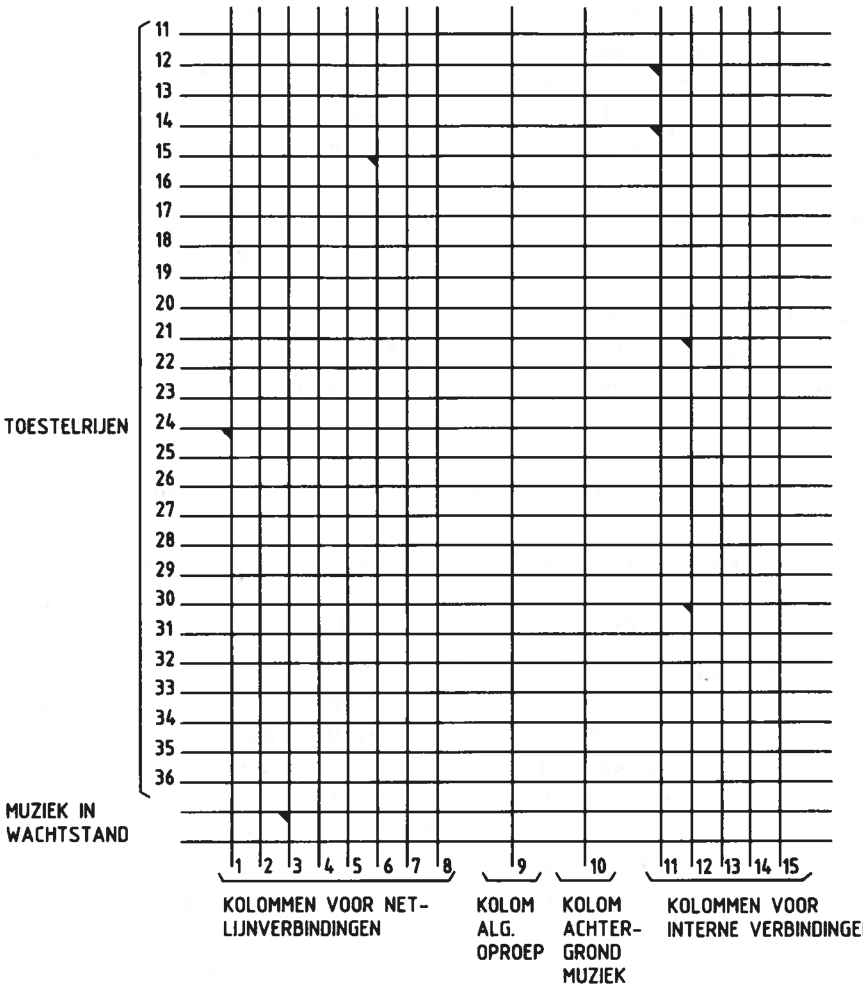
Fig. 5 toont hoe verbindingen worden gemaakt door het tot stand brengen van een kruispunt van een verticale en een horizontale lijn oftewel van een kolom en een rij.

Er zijn maximaal 5 verbindingswegen beschikbaar:

- 5 voor onderlinge (interne) verbindingen;
- 8 voor netlijnverbindingen;
- 1 voor de bijzondere faciliteit „achtergrondmuziek uit toestelluidspreker";
- 1 voor gesproken oproep algemeen.

In het voorbeeld is enkellijns de volgende situatie aangegeven:

- toestel 12 is verbonden met toestel 14;
- toestel 21 is verbonden met toestel 30;
- toestel 24 is verbonden met netlijn 1;
- toestel 15 is verbonden met netlijn 6;
- een wachtende aan netlijn 3 hoort muziek tijdens het wachten na beantwoording.




IN DE RUSTSITUATIE ZIJN KOLOMMEN EN RIJEN t.o.v. ELKAAR GEISOLEERD. VOOR HET MAKEN VAN VERBINDINGEN MOETEN DE JUISTE KRUISPUNTEN WORDEN GEVORMD.

fig. 5. Schematische voorstelling schakelmatrix TR43.

Merk op dat voor verbinding met een netlijn één kruispunt nodig is, terwijl voor interne verbindingen twee kruispunten moeten worden gevormd.
Fig. 5 toont driemaal 5 kolommen.
Deze kolommen worden bestuurd vanuit de drie IC's welke in elke toesteloverdrager TSR zijn aangebracht.
Elke IC beschikt over 9 besturingsingangen en tweemaal 5 kruispunten.
Elk kruispunt is geschikt voor tweeaderige symmetrische doorschakeling.
De kruispunten worden tegen spanningspieken beschermd m.b.v. spanningsbegrenzers.
Het geheugen in dit IC, dat de toestand waarin het kruispunt zich bevindt zolang als nodig vasthoudt, bestaat uit een bistabiele multivibrator of flip-flop.

**Toesteloverdrager TSR**

Elk toestel in een TR43 installatie werkt samen met een eigen deelnemerschakeling of toesteloverdrager welke deel uitmaakt van de centrale apparatuur.
Twee van deze overdragers bevinden zich op één printplaat; deze worden aangeduid met de letters TSR hetgeen staat voor Teilnehmer Schaltung Reihen.
Fig. 6 toont het samenwerkingsverband van het toestel TR43 en de bijbehorende TSR.
In het bovenste deel van fig. 6 is het transmissiegedeelte aangegeven. Men herkent een normaal toestelspreekcircuit dat wordt gevoed vanuit de TSR. Via een scheidingstransformator worden de kruispunten bereikt. Het schakelen van de kruispunten moet echter aan de besturingsschakeling worden overgelaten. De transmissieschakeling heeft geen enkele schakelfunctie.
Bedoelde schakelfuncties spelen zich af op de c- en d-aders waarover de schakelberichten worden uitgewisseld d.m.v. datacommunicatie.
Links van de c-d-aansluitpunten bevindt zich de schakellogica in het toestel.
Het blokschema toont een micro-computer welke via modems en een scheidingstransformator is verbonden met de micro-computer in de TSR.
De digitale gegevens welke moeten worden uitgewisseld tussen de beide micro-computers worden, om transport over de c-d-draden mogelijk te maken, eerst in analoge vorm gegoten. Dit verklaart de aanwezigheid van de beide mini-modems, hier uitgevoerd in z.g. dikke-filmtechniek.
Een modem moduleert digitale gegevens in analoge gegevens en demoduleert analoge gegevens in digitaalgegevens. Beide modems vervullen die functies om en om in half duplex verkeer.
Digitale gegevens bestaan, zoals bekend, uit bits = 0 of 1 = resp. spanning laag of hoog.

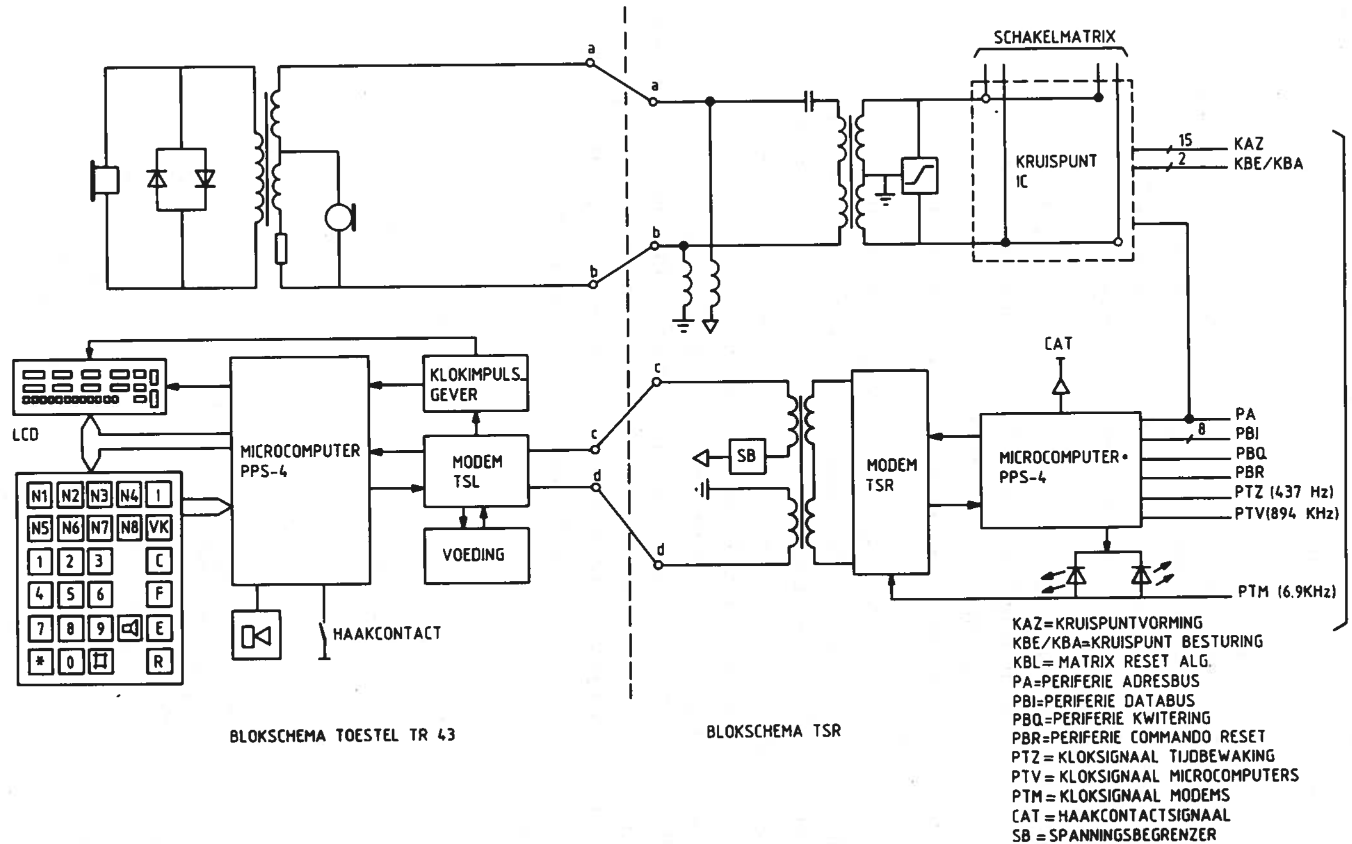



fig. 6. Samenwerking tussen toestel en TSR bij TR43 installatie.

Het toestelmodem b.v. moduleert de naar modem TSR te verzenden digitale gegevens, door elk databit in een toonfrequent signaal om te zetten. Hiervoor wordt een wisselstroom met een frequentie van ca. 7000 Hz toegepast. Een trein van 16 perioden vertegenwoordigt een databit 1. Het databit 0 wordt vertegenwoordigd door *geen wisselstroom* te zenden gedurende de tijd welke door 16 perioden van 7000 Hz in beslag wordt genomen.
Deze methode staat bekend als Amplitude Shift Keying (ASK).
Modem TSR demoduleert de ontvangen gegevens in bits. Hetzelfde gebeurt in omgekeerde richting.
In fig. 7 ziet men hoe een bit van 16 perioden van 7000 Hz ca. 2,28 msec in beslag neemt. Een compleet commando of melding bestaat uit 10 bits, zodat dit in het geheel 22,8 msec in beslag neemt.
Tussen een commando en een melding bevindt zich een herstel- of wachttijd van 6,5 msec.
De micro-computer TSL (zie fig. 6) tast voortdurend alle toetsen en het haakcontact af (scanning). De momentele toestanden worden aan de micro-computer TSR medegedeeld. Door ook de ruststoestand als informatie te beschouwen wordt er een bewaking verkregen op de functie van de uitwisseling van gegevens tussen beide micro-computers.
De micro-computer van de TSR wordt eveneens door scanning afgetast, maar in dit geval door het centrale besturingsorgaan ZST. Informatie, waarbij actie moet volgen, wordt uit de z.g. perifere bus overgenomen, opgeslagen en gekwiteerd. Derhalve worden de feitelijke toestanden van toetsen en haakcontact via de TSR overgebracht naar het centrale besturingsorgaan ZST.

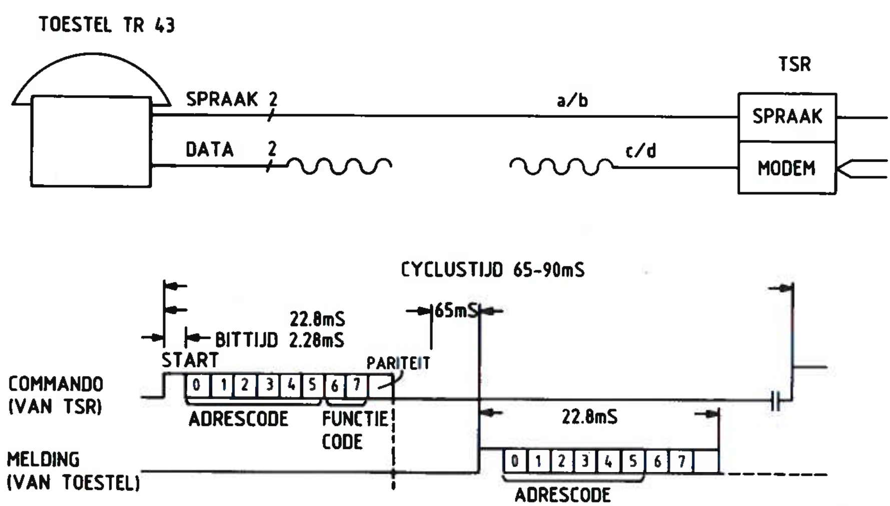



fig. 7. Data-uitwisseling tussen toestel en TSR bij TR43 installatie.

**Centraal besturingsorgaan**

Het centraal besturingsorgaan ZST (Zentral STeuering) verwerkt alle meldingen die haar van de andere printplaten (de periferie) bereiken.
De momentele situaties waarin de periferie zich bevindt, herkent de ZST uit de gegevens, welke op het waarnemingsmoment in het geheugen zijn opgeslagen.
De ZST scant cyclisch alle aangesloten micro-computers, door er commando's heen te zenden. Een cyclus duurt ca. 70 msec. Indien een micro-computer een melding heeft, dan wordt deze door de ZST in het geheugen opgeslagen. De ZST gaat dan over op het z.g. doorverbindingsprogramma.

Indien een micro-computer geen toestandverandering te melden heeft, dan zendt hij een z.g. 0-melding naar de ZST, als antwoord op een commando.
Deze melding is van betekenis, als bewaking op de goede werking.
De ZST is opgebouwd rond een Centrale Processor Eenheid, (Central Processor Unit of CPU) van het type 8085.

Aan de micro-processor zijn – d.m.v. een interne data- en adresbus – het vaste geheugen (EPROM) met de TR43 software, het variabele geheugen (RAM) en de I/O-poorten voor de koppeling met het perifere bussysteem verbonden.
In dit verband wordt opgemerkt dat in dit artikel niet nader wordt ingegaan op de techniek die algemeen geldt voor micro-processors of computers. Hiervoor moge worden verwezen naar de artikelenreeks „Chips: wat doe je ermee?" verschenen in het Studieblad PTT, jaargang 36, 1981, blz. 191-196; blz. 227-229; blz. 267-272; blz. 299-302.

Het blokschema is weergegeven in fig. 8.
EPROM staat voor Erasable Programmable Read Only Memory; ongeveer vertaalbaar met: wisbaar en programmeerbaar uitsluitend leesgeheugen.
Het programmeren en eventueel wissen geschiedt in de fabriek, de leesgeheugenfunctie is hier het belangrijkst en deze is in de praktijk van het gebruik onveranderbaar.

De EPROM is, wat zijn geheugen betreft, onafhankelijk van de aanwezigheid van spanning.
RAM staat voor Random Acces Memory, hetgeen zoveel wil zeggen als: vrij toegankelijk geheugen, zowel voor lezen als schrijven.

Een RAM is wel afhankelijk van de aanwezigheid van spanning. Bij netspanningsuitval zorgt een, in de centrale apparatuur aanwezige, kleine Lithiumbatterij voor de spanningsvoorziening van de RAM. Deze batterij met een EMK van 3,4 V heeft een gemiddelde levensduur van 10 jaar.

In de EPROM is de software van de TR43 installatie opgeslagen. Dit geheugen kan 12 k-bit bevatten.

De RAM kan 2,5 k-bit bevatten, een te beschermen deel hiervan, ca. 2 k-bit groot, is gebufferd en veiliggesteld met behulp van de bovengenoemde batterijspanning.

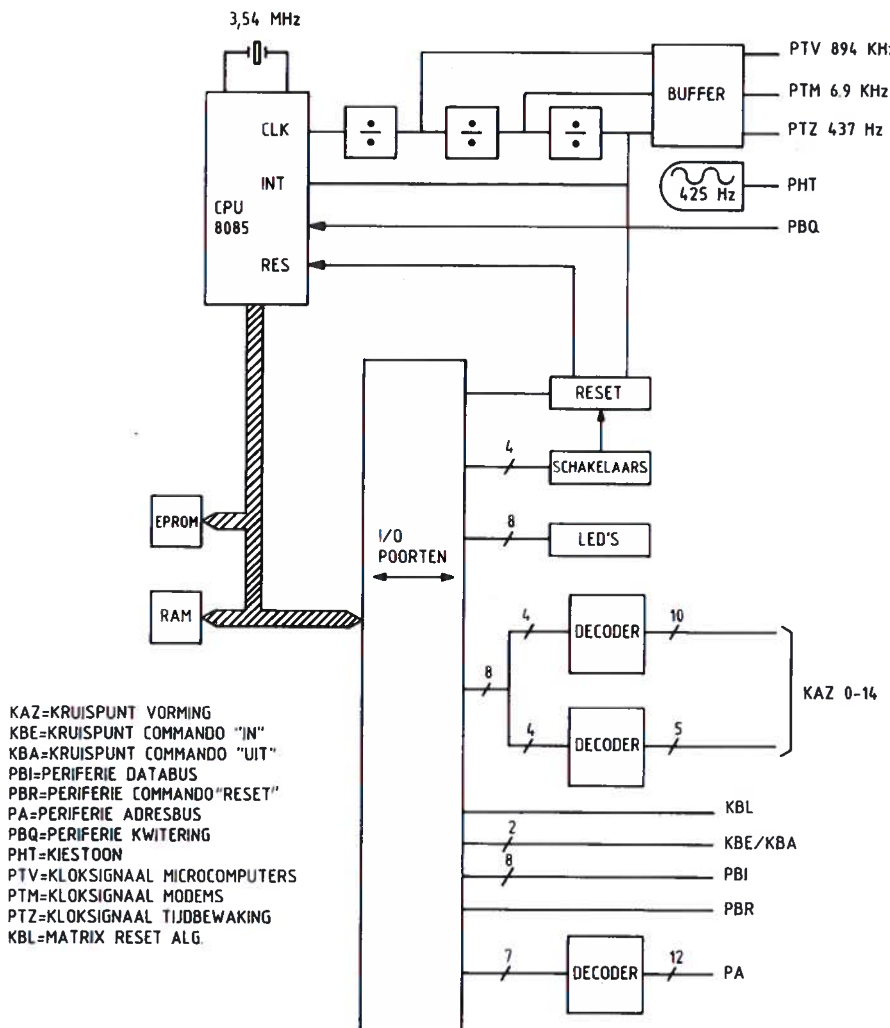



fig. 8. Blokschema ZST-TR43.

Hierin zijn o.a. faciliteiten opgeslagen, welke programmeerbaar zijn met behulp van de toetsen van toestel 11. Het kleine niet-gebufferde deel wordt gebruikt, om momentele toestanden, waarin toestellen zich bevinden, te onthouden.

De klokfrequentie van de 8085 wordt verzorgd door een kristal met een frequentie van 3,54 MHz. Uit deze klok worden nog diverse andere signalen door deling betrokken:

- PTV = 894 kHz voor de klokfrequenties van de micro-computers op b.v. de AUE en de TSR;
- PTM = 6,9 kHz, welke dient als modulatiefrequentie voor data-overdracht via modems tussen TSR en bijhorend toestel TR43;
- PTZ = 437 Hz, welke dient als interne klokfrequentie voor tijdbewaking;
- PHT = 425 Hz sinus. Separaat van de besturing is een toongenerator aanwezig voor de toonsignalering naar 2-draads toestellen, welke eveneens, via een speciale printplaat (TSW), op de TR43 installatie kunnen worden aangesloten.

**Het perifere bussysteem**
De signaal en adresbussen hebben de volgende aanduidingen, zie fig. 8:

- KAZ = enkelgerichte bus t.b.v. het adresseren van het spreekwegennetwerk;
- KBE = signaaldraad die aangeeft, dat een kruispunt dient te worden ingeschakeld;
- KBA = signaaldraad die aangeeft, dat een kruispunt dient te worden uitgeschakeld;
- KBL = signaaldraad die aangeeft dat alle kruispunten moeten worden uitgeschakeld;
- PBE = enkelgerichte bus t.b.v. het adresseren van perifere micro-computers;
- PA = enkelgerichte bus, van de reeds uitgecodeerde PBE-bus. Deze bus heeft t.b.v. elke perifere micro-computer een aparte adreslijn;
- PBI = dubbelgerichte data-bus t.b.v. informatie-uitwisseling met alle micro-computers;
- PBQ = enkelgerichte besturingsdraad die, tezamen met de PBI- en PA-bussen de combinatie tussen de perifere micro-computer en de centrale micro-processor verzorgt;
- PBR = reset-signaaldraad die aan alle perifere micro-processoren het commando geeft, dat opnieuw moet worden gestart.

**Netlijnoverdrager AUE**
Elke netlijn van de openbare telefooncentrale waarop de TR43 installatie is aangesloten, wordt afgesloten met een overdrager. Deze maakt overdracht van spreekstroom, belstroom en kiesinformatie mogelijk, met vermijding van galvanisch contact tussen netlijn en installatie.

Fig. 9 toont het blokschema van de AUE, waarover het volgende kan worden opgemerkt:

- de overdrager heeft een eigen micro-computer on chip van het type PPS4, evenals dat bij de TSR en in de toestellen zelf het geval is. Hiermee kunnen gegevens worden uitgewisseld met het centrale besturingsorgaan ZST;
- de micro-computer bestuurt o.a. de relais I, V en H en een TDK- of IDK-zender;
- iedere AUE kan worden voorzien van een kleine opsteekprint, welke zorgt voor het doorgeven van kiesinformatie (IDK). Als de openbare telefooncentrale luistert naar toondruktoetskiezen (TDK), dan wordt de opsteekprint vervangen door een TDK-print. Ook hier is de modulaire opbouw doorgezet. De kiesinformatie, afkomstig van de toestellen, wordt dus in de netlijnoverdrager omgezet naar de juiste en voorgeprogrammeerde kiesmethode;
- bij netspanningsuitval kan elke lijn worden geschakeld naar een daarvoor geprogrammeerd toestel. Dit kan plaatsvinden door ook in dit geval een kleine opsteekprint met relais op de AUE te plaatsen. Opgemerkt wordt, dat in zo'n geval het toestel de inkomende oproepen direct naar zich toe krijgt, maar niet in staat is om zelf een verbinding te kiezen. Om dat bezwaar te ondervangen, wordt in het betreffende toestel een IDK-zender aangebracht. Deze IDK-zender is normaal buiten gebruik. Wanneer de netspanning uitvalt, dan wordt deze IDK-zender actief. Het kiestoetsenklavier is voor deze functie voorbereid door het uit te rusten met extra contacten voor besturing van deze IDK-zender;
- het is mogelijk een aardtoetscriterium over te brengen naar de netlijn. Dit is van belang voor díe gevallen waarin de netlijnoverdrager is aangesloten op een bedrijfstelefooncentrale. Van deze mogelijkheid zal echter alleen gebruik worden gemaakt als het een aansluiting op een semi-elektronische bedrijfstelefooncentrale betreft;
- de belspanningsdetector RE functioneert zonder harde contacten. Wanneer er een oproep verschijnt, dan verzorgt de RE een melding aan de microcomputer.

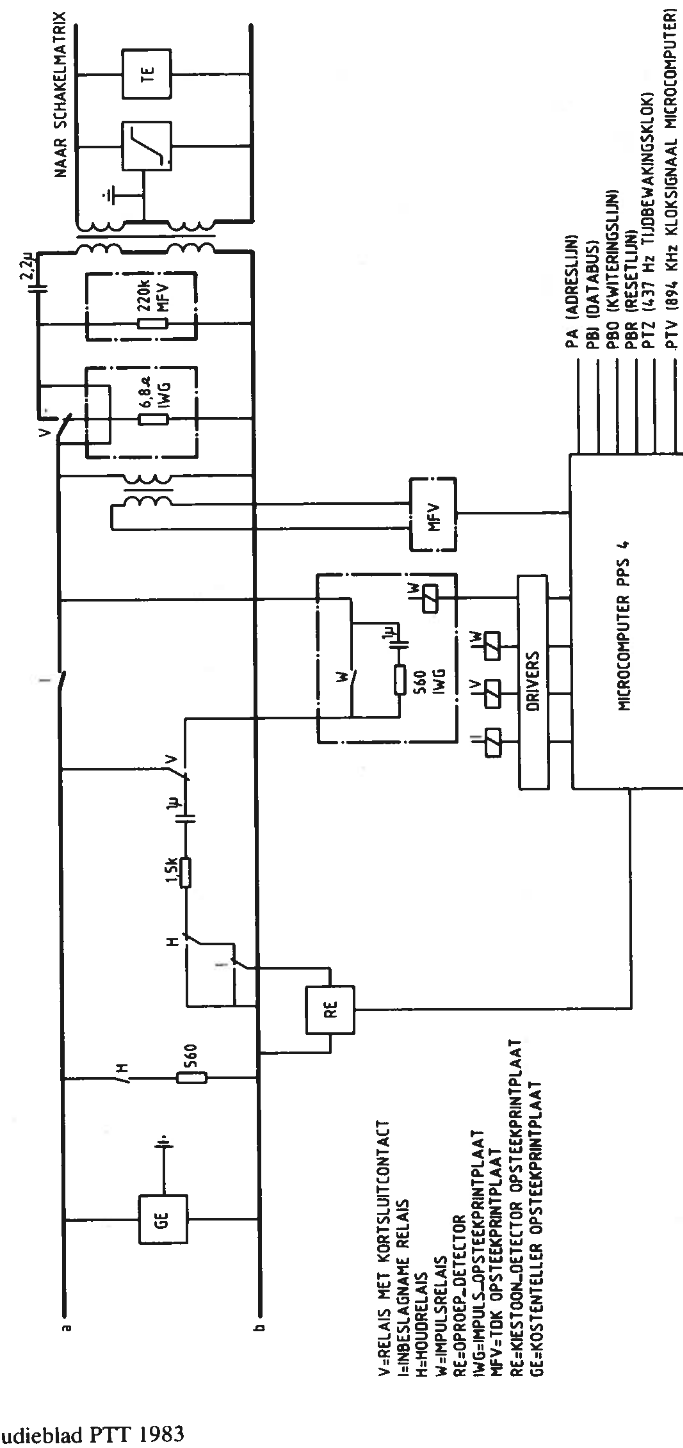



fig. 9. Principeschema AUE.

De functie kan als volgt kort worden beschreven (zie fig. 10):

a. de belspanning van de openbare telefooncentrale wordt gelijkgericht door de dioden D1 t.e.m. D4;
b. stroombegrenzing vindt plaats door R1 en spanningsbegrenzing door R2 en ZTE3;
c. de LED in de opto-coupler ontvangt ca. 2 V gelijkspanning en emitteert daardoor licht;
d. de lichtgevoelige transistor in de opto-coupler komt daardoor in geleidende toestand;

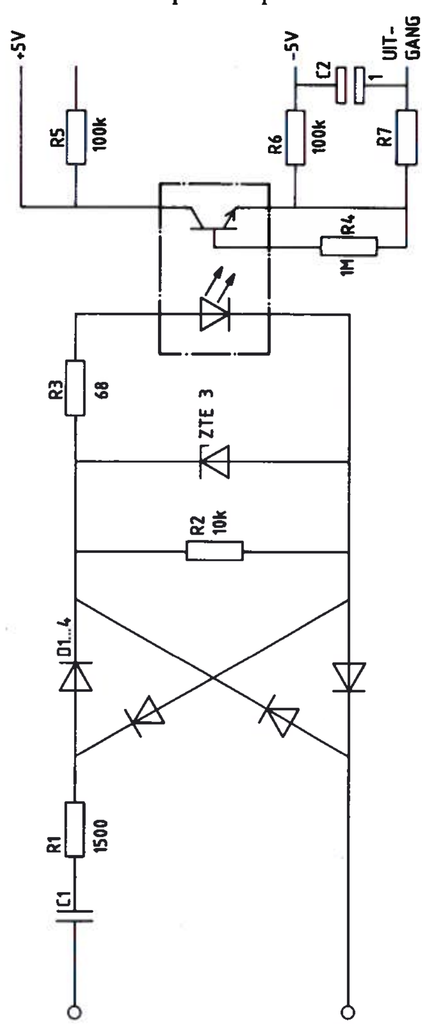



fig. 10. Oproep- of belspanningsdetector van de AUE.

e. de uitgangsspanning stijgt van $-5$ V naar $+5$ V. De spanningssprong wordt medegedeeld aan de micro-computer in de AUE, welke deze toestand-wijziging meldt aan de ZST;
f. de ZST herkent dit als een netlijnoproep van AUE 1..8 en gaat volgens programma over tot het activeren van de geprogrammeerde TSR-micro-computer;
g. de bedoelde TSR's verstrekken aan de aangesloten toestellen het commando tot het geven van een akoestisch signaal uit de toestelluidspreker;
h. alleen de toestellen welke daarvoor zijn geprogrammeerd ontvangen een akoestische netlijnoproep. De overige toestellen krijgen de oproep alleen visueel aangeboden op het display.

**Onderlinge relatie van AUE, TSR, ZST en toestellen**
In het voorgaande is een beeld gegeven van:
- het centrale besturingsorgaan ZST;
- de toesteloverdrager TSR;
- de netlijnoverdrager AUE;
- het toestel zelf.

De onderlinge relatie tussen die delen komt duidelijk tot zijn recht in fig. 11.
Voor een nadere uiteenzetting over micro-processortechniek moge nog eens worden verwezen naar het artikel: „Chips: wat doe je ermee?", verschenen in het Studieblad PTT, jaargang 36, 1981, blz. 191-196; blz. 227-229; blz. 267-272; blz. 292-302.
De verklaring van het principe kan hier dan kort zijn.
De TR43 toestellen zijn 4-draads aangesloten. Twee aders (a en b) gaan naar het spreek- en transmissiegedeelte in de TSR en vinden aansluiting op de schakelmatrix. Via de schakelmatrix is een spreekverbinding met de andere toestellen of een netlijn mogelijk.
De andere twee aders (c en d) zijn verbonden met de modemchip en via deze met de micro-computer in de TSR. Er vindt uitwisseling van gegevens plaats tussen de micro-computer in het toestel en die in de TSR via modems.
De netlijnen kunnen alleen maar 2-aderig worden aangesloten en vinden een scheidingspunt in de AUE op een transmissiecircuit in de vorm van een transformator. Ook deze is verbonden met de schakelmatrix.
Zowel TSR als AUE kunnen met behulp van hun eigen micro-computer communiceren met het centraal besturingsorgaan ZST via de data- en adresbus.
In de geheugens van de ZST, de EPROM en RAM bevindt zich de software van de installatie, welke in de RAM gedeeltelijk programmeerbaar is via een besturingscode.

De ZST wijst via de besturingsbus de kruispunten in de schakelmatrix aan, welke tot geleiding dienen te worden gebracht.
In fig. 12 is nog eens een beeld gegeven van twee soorten verbindingen.
De opbouw van de schakelmatrix zelf komt goed tot zijn recht in fig. 5.

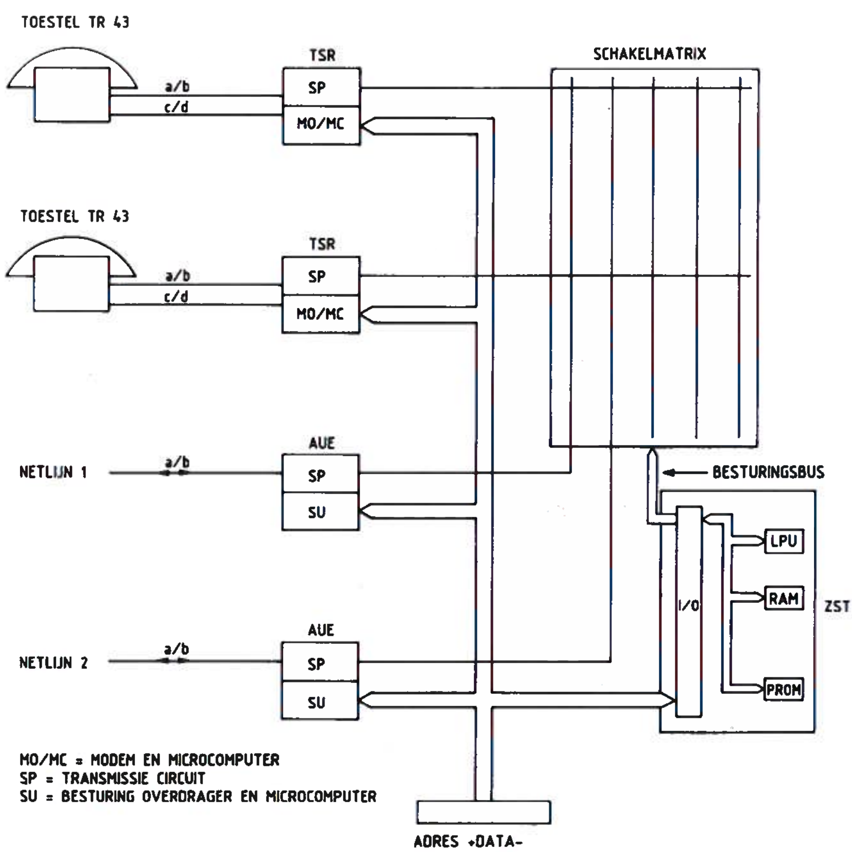



fig. 11. Samenhang TR43 systeem.

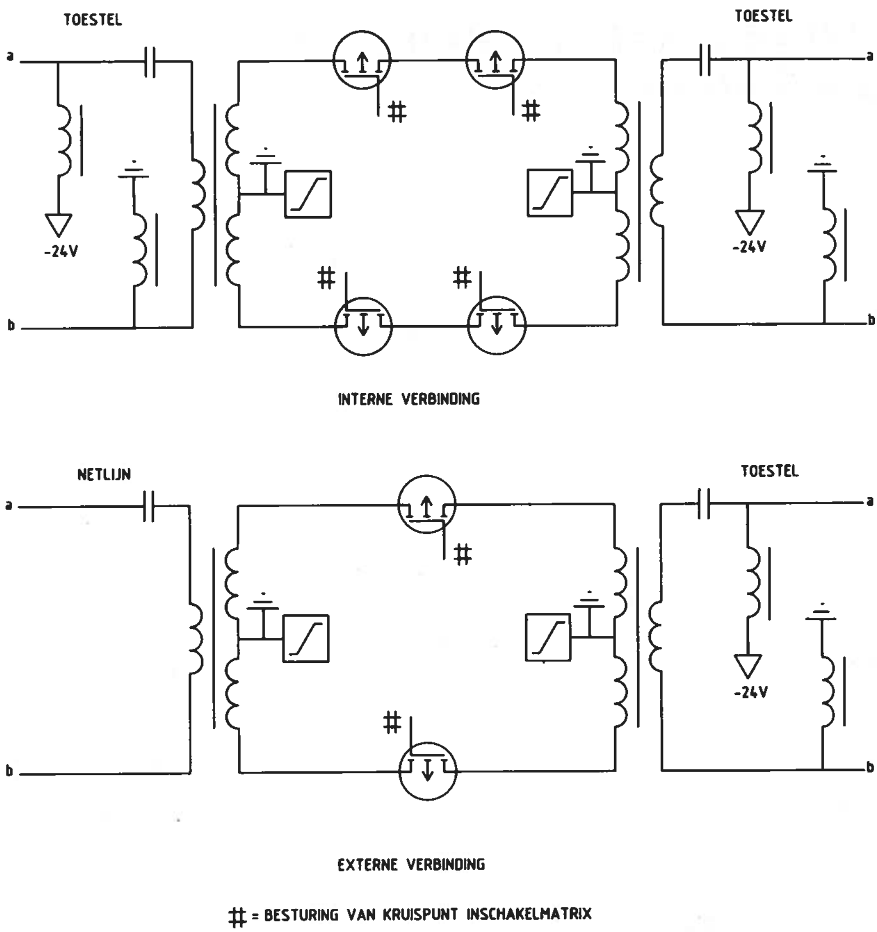



fig. 12. Voorbeeld van kruispuntverbindingen bij een interne en een externe verbinding in het TR43 systeem.

(Wordt vervolgd.)

# Het ontwerpen van digitale schakelingen (3)

J. J. M. Blokland
(Vervolg van blz. 117.)

Nadat in het eerste deel van deze artikelenreeks een aantal algemene begrippen uit de digitaaltechniek zijn toegelicht, is in het tweede deel een begin gemaakt met het ontwerpen van een digitale schakeling. Als voorbeeld is gekozen voor een ontwerp van een telschakeling die telsignalen van acht telcircuits verzamelt en op één hoofdtelcircuit samenvoegt.
Drie delen van de schakeling zijn in deel twee toegelicht:
1. telpulsvangschakeling;
2. klokpulsgenerator;
3. 3-bits teller.

Met behulp van de 3-bits teller is de klokpuls wel door acht gedeeld, maar nog niet over acht verschillende circuits verdeeld. Wel zijn er acht verschillende combinaties van enen en nullen mogelijk op de uitgangen van de 3-bits teller. Met deze code moet het dus mogelijk zijn de voor de telschakeling benodigde „1 uit 8" code te realiseren.

**„Binair" naar „1 uit 8" code omzetter**

De combinaties van „1"-en en „0"-en, zoals die op de uitgangen van de teller verschijnen, moeten worden omgezet in de acht tijdcircuits zoals in fig. 16, zie blz. 114, is afgebeeld.
In de waarheidstabel van fig. 16 is te zien dat na klokpuls 1 de combinatie van $A\bar{B}\bar{C}$ op de uitgangen verschijnt. Door deze combinatie naar een EN-poort met drie ingangen te leiden, waarbij B en C genegeerd worden aangeboden, zal op de uitgang van de EN-poort het 1e tijdcircuit verschijnen (zie fig. 19).

Door ook de overige 7 telleruitgangen-combinaties naar EN-poorten te leiden, die bij de juiste combinaties een „1" op de uitgang krijgen, kunnen ook de andere 7 benodigde tijdscircuits worden afgepast. De schakeling die dan

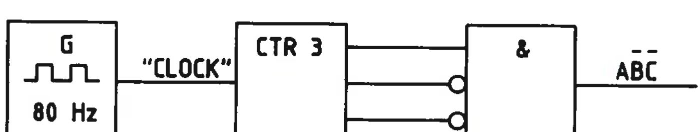



fig. 19. Afpassen van het tijdcircuit.

ontstaat zal na elke klokpuls op de telleringang een andere EN-poortuitgang „1” maken.
Er is ook nooit meer dan één EN-poort tegelijk met een „1” op de uitgang. Dit betekent dat de 8 benodigde tijdcircuits zijn gevonden.
De gevonden schakeling wordt een *binair naar „1 uit 8” code omzetter* genoemd.
Omdat de ingangstoestand vaak met meer dan één bit tegelijk verandert, kunnen problemen ontstaan. Moeten twee of meer bits tegelijk omklappen dan gebeurt dit bijna nooit op hetzelfde tijdstip; moet bijvoorbeeld de combinatie 11 omgezet worden naar 00 dan kan dit via 01 of via 10. Bij de overgang van 111 naar 000 moeten er zelfs drie bits veranderen; tussentijds kunnen alle andere mogelijke combinaties gedurende een korte tijd op de uitgangen verschijnen. Fig. 20a en b laten zien hoe in beide genoemde voorbeelden de uitgangscombinaties kunnen verlopen.

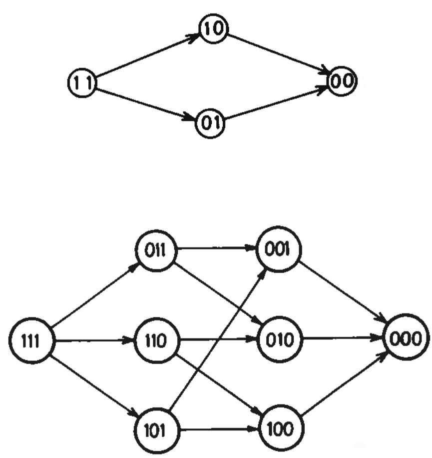



fig. 20. Overgangstoestanden op telleruitgangen.

Omdat de schakeltijden van de halfgeleider bouwstenen zeer kort zijn, kan het voorkomen dat één of meer van de EN-poorten op een overgangstoestand reageren terwijl zij niet aan de beurt zijn.
Dit foutieve aanwijzen van een uitgang kan eenvoudig worden voorkomen door alle EN-poorten met één uitgang uit te breiden. Al deze ingangen worden met elkaar verbonden en als één ingang uit de schakeling gevoerd. Een dergelijke ingang wordt ook wel „vrijgeef” of „enable” ingang genoemd.

Op deze ingang mag uitsluitend een „1" worden aangeboden wanneer de teller in een statische toestand verkeert.
Als de uitgangstoestanden van de teller als gevolg van een klokpuls gaan veranderen, moet een „0" worden aangeboden.
Door de klokpuls eerst te vertragen met een tijd die iets groter is dan de schakeltijd van de teller en vervolgens met behulp van een mono-stabiele multivibrator in te korten kan dit worden bereikt.
De schakeling die nu is ontstaan is getekend in fig. 21.

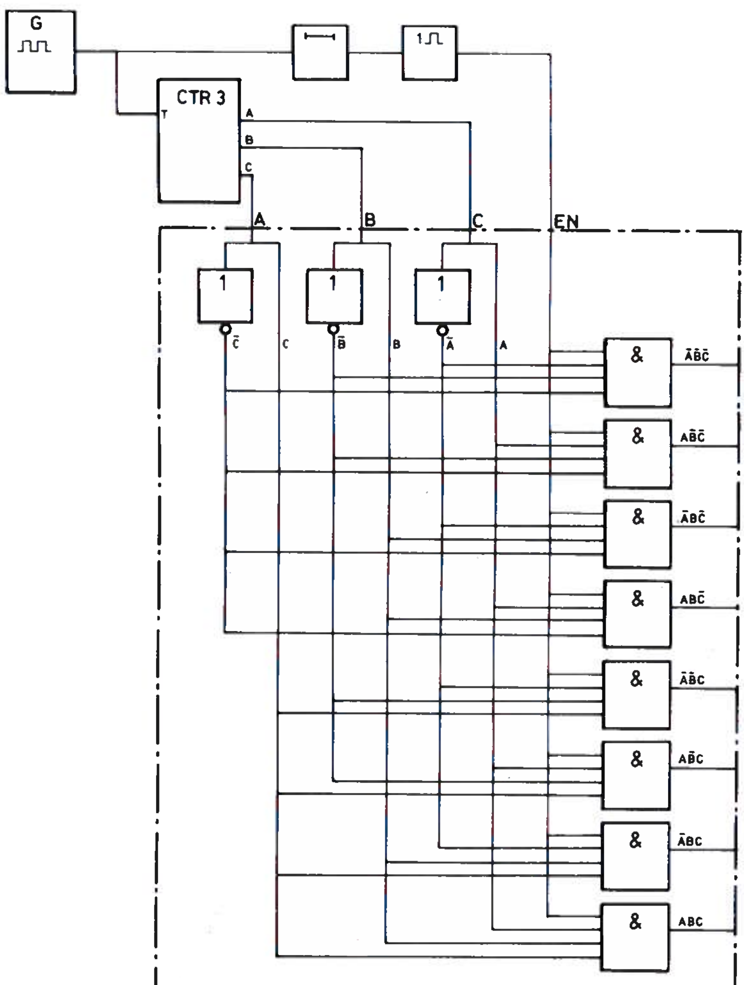
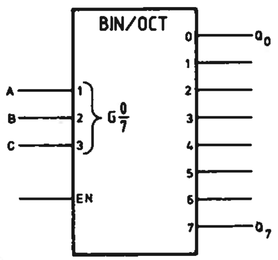



fig. 21. Binair naar „1 uit 8" code omzetter

De „code omzetter" is een logische schakeling volgens de „combinatie logica" methode, dat wil zeggen één bepaalde ingangscombinatie geeft altijd één bepaalde uitgangscombinatie. Fig. 22 laat symbool en waarheidstabel zien van de schakeling fig. 21.




| - | ing. | | | uitg. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| EN | C | B | A | $Q_0$ | $Q_1$ | $Q_2$ | $Q_3$ | $Q_4$ | $Q_5$ | $Q_6$ | $Q_7$ |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | * | * | * | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

* Ongeacht welke toestand

fig. 22. Symbool en waarheidstabel van code omzetter

**Praktische realisatie**

Alle delen van de schakeling zijn nu bekend en kunnen worden samengevoegd tot één geheel. Fig. 23 laat het nu verkregen theoretisch schema zien. In een dergelijk schema wordt alleen maar over „1" en „0" gesproken. Een theoretisch schema heeft alleen betekenis voor de ontwerper en is volstrekt onbruikbaar voor de man, die in de praktijk aan de schakeling moet meten. Hiervoor dient nog een stroomkringschema te worden gemaakt. Een stoomkringschema kan echter pas worden gemaakt als bekend is welk type bouwstenen worden toegepast.

De praktische realisatie van de schakeling hangt, naast die van schakeltechnische factoren, ook nog af van b.v. het aantal te realiseren schakelingen en de vereiste levertijd. Het heeft geen zin een technische goede oplossing te realiseren met behulp van een component die een levertijd heeft van een half jaar, terwijl de vereiste levertijd van de totale schakeling niet langer dan drie maanden mag zijn. In dit artikel zal op dit soort problemen niet nader worden ingegaan.

Zoals in het vorige deel is opgemerkt zijn de aangeboden signalen, net als de door de schakeling te genereren signalen, van het TTL-niveau.

TTL-bouwstenen zijn in een grote verscheidenheid in de handel verkrijgbaar. Het is zeker mogelijk om de schakeling van fig. 23 geheel op te bouwen met standaard bouwstenen uit de TTL-serie.

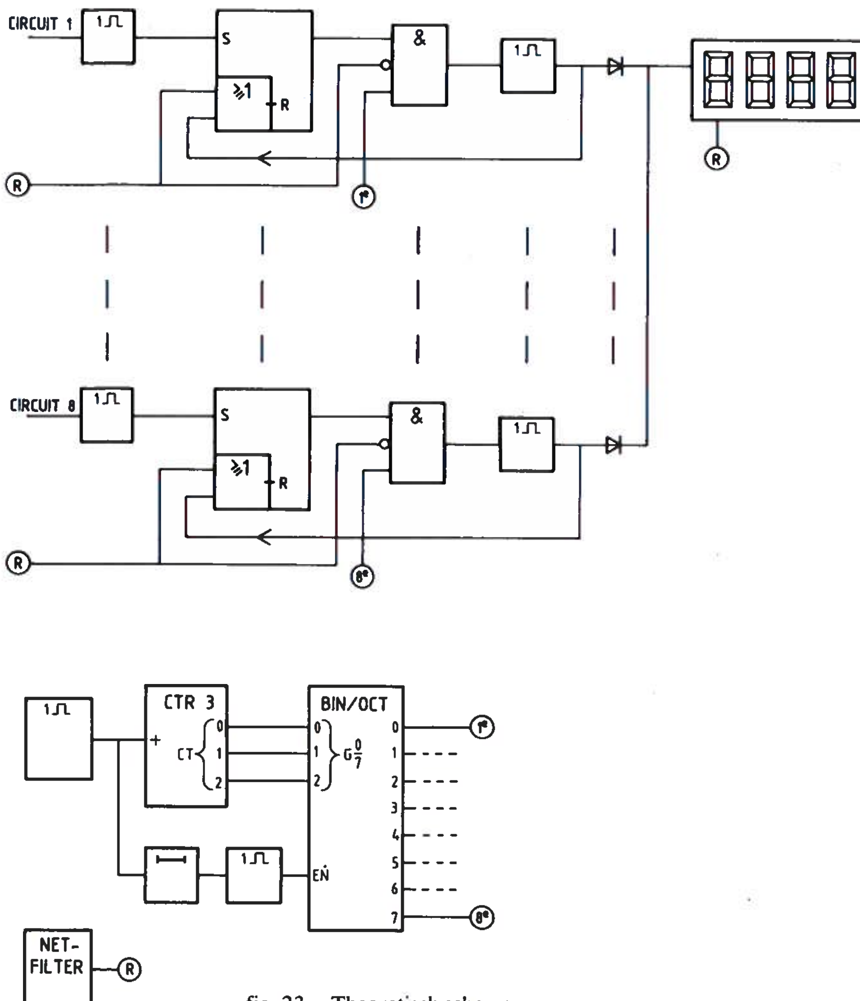
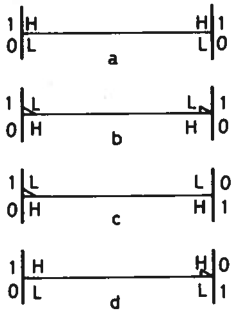



fig. 23. Theoretisch schema.

Bij de keuze van de bouwstenen moet men zich realiseren dat een logische „1" kan overeenkomen zowel met een logisch „H"-niveau als met een logisch „L"-niveau.

Wanneer in een stroomkringschema gebruik wordt gemaakt van in- en/of uitgangen, waarbij een logische „1" overeenkomt met een „L"-niveau, wordt dit aangegeven met een polariteitsindicator. Men spreekt dan van geïnverteerde in- en/of uitgangen.

In fig. 24 zijn de vier mogelijke situaties weergegeven, waarmee een uitgang aan een ingang kan worden verbonden.*)




In *a* gaat een „1" via „H" naar „1" er treedt géén inversie en géén negatie op.

In *b* gaat een „1" via „L" naar „1" er treedt tweemáál inversie en géén negatie op.

In *c* gaat een „1" via „L" over in „0" er treedt éénmaal inversie én negatie op.

In *d* gaat een „1" via „H" over in „0" er treedt éénmaal inversie én negatie op.

fig. 24. De vier mogelijke verbindingen tussen in- en uitgangen. De signaalrichting is van links naar rechts.

Bij schakelingen waarin geheugenfuncties zijn opgenomen is het van belang maatregelen te treffen die er voor zorgen, dat bij het in- en uitschakelen van de voedingsstroom, de inhoud van de geheugens een voorspelbare waarde aanneemt. In fig. 23 is een resetfunctie ingebouwd zodanig dat bij het inschakelen van de voedingsstroom alle geheugens worden gereset. Door deze resetpuls tevens op een extra ingang van de 8 EN-poorten van de telpulsvangschakeling aan te bieden, is zekerheid verkregen dat altijd met een schone lei wordt begonnen.
Een mogelijke realisatie van een telpulsvangschakeling is gegeven in fig. 25. Voor de twee monostabiele elementen kan b.v. het IC 74121 worden gekozen. De lengte van de puls kan hierbij worden ingesteld door externe componenten. In de datasheets van dit type IC staat uitgebreid omschreven hoe dit instellen in zijn werk gaat. Hierop wordt niet nader ingegaan.

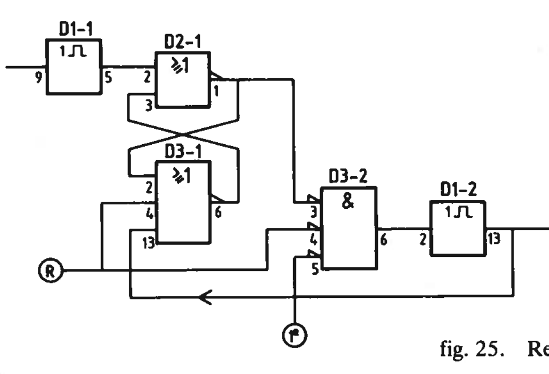
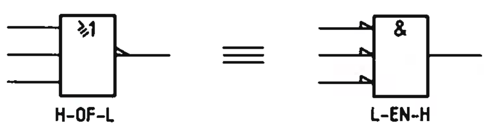



fig. 25. Realisatie van de telpulsvangschakeling.

*) Zie ook Studieblad, 33e jaargang, 1978, blz. 78-84.

Als D1-1 op ca. 100 ns wordt ingesteld en D1-2 op ca. 800 ns dan zal de puls van D1-2 altijd lang genoeg zijn om het dubbel tellen van één telpuls te voorkomen.
D2-1 is één van de 4 OF-poorten met geïnverteerde uitgang die in het IC 7402 zijn opgenomen. Voor de totale schakeling zijn dus 2 IC's 7402 nodig.
D3-1 en D3-2 zijn twee van de drie poortschakelingen van IC 7427.
Elke OF-poort verandert in een EN-poort als alle in- en uitgangen worden geïnverteerd.
Hier is het *theorema van De Morgan* in de praktijk toegepast, zie fig. 26.




$$\overline{A + B + C} \equiv \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

fig. 26. Theorema van De Morgan.

Ten opzichte van het theoretisch schema van fig. 23 zijn de ingangen van de EN-poorten, waarop de uitgangen van de code-omzetter moeten worden aangesloten, geïnverteerd. Om negatie te voorkomen moet dus een code-omzetter worden gevonden met geïnverteerde uitgangen.
Hiervoor kan gekozen worden voor IC 74138. De verdere realisering van de schakeling wordt aan de lezers van het Studieblad PTT overgelaten.

## Slotwoord

De gevolgde werkmethode doet erg overdreven aan, vooral omdat de gebruikte schakelingen alle als complete bouwstenen in de handel verkrijgbaar zijn. Dit geldt met name voor de methode die is toegepast bij het ontwerpen van de driebits teller. De gevolgde werkmethode kan echter een goed hulpmiddel blijken bij het ontwerpen van niet-standaard-schakelingen, vooral als deze wat ingewikkelder zijn. In het gegeven voorbeeld is bewust gekozen voor een eenvoudige en overzichtelijke schakeling, zodat de lezers de volle aandacht aan de methode konden geven, zonder verstrikt te raken in ingewikkelde oplossingen. Ik hoop daaraan tevens te hebben bijgedragen door in deze artikelenreeks uitleg te geven van de werking en opbouw van een aantal basis bouwstenen uit de digitale schakeltechniek.

**Geraadpleegde literatuur**

1. Reefman, Ir. P. D. C.
„Schakeltechniek"
's-Gravenhage/Rotterdam, 1974, Nijgh & Van Ditmar.
2. van der Woud, Ir. G. K. P.
„Logica symbolen, het IEC-systeem verklaard"
Studieblad PTT 1978.